

# 草地蝗虫种群数量消长数学模型研究

冯光翰 李镇清

(甘肃农业大学草原系, 兰州, 730070)

杜国桢

(兰州大学生物系, 兰州, 730000)

王国胜 漆可立 陈 灼

(甘肃夏河县草原站, 夏河, 747100)

**摘 要** 本文根据草地蝗虫发生特点, 在充分考虑其数量消长受环境条件、敌害及本身内禀作用制约的基础上, 提出了以时序为特点的几种主要蝗虫及混虫种群数量消长的数学模型。宽须蚁蝗、狭翅雏蝗及混合种群密度的拟合模型中  $z$  和  $x$  有较强的相关性, 故这几个模型较好的反映了消长情况。但在混合种群消长模型中, 自 9 月 15 日以后观测值迅速下降, 而模型值并未很快下降, 这是由于模型未考虑蝗虫生存的临界温度。

**关键词** 草地; 种群消长; 数学模型; 蝗虫

**中图法分类号** Q968

蝗虫是草地的一大害虫, 在其生命活动中, 由于受气候、食物资源、天敌及本身遗传特性的影响, 种群发生数量表现出明显的季节变化。种群密度随时间推移, 有个逐步增长到逐步消亡的过程。基于上述特点, 我们探讨建立以时序为特点的 4 种主要蝗虫及混合种群数量消长的数学模型。草地蝗虫种群数量动态研究, 目前尚无报道。本研究于 1991 年在甘肃夏河县甘加高山草原进行, 该区发生蝗虫 30 种左右, 主要有宽须蚁蝗(*Myrmeleotettix palpalis*)、狭翅雏蝗(*Chorthippus dubius*)、小翅雏蝗(*C. fallax*)、皱膝蝗包括红翅皱膝蝗(*Angaracris rhodopa*)和鼓翅皱膝蝗(*A. barabensis*)。

## 1 研究方法

**1.1 调查方法** 样区设在地形、植被较为一致, 蝗虫种类多, 发生数量中等的草地, 面积为 30~40 ha。从 4 月下旬蝗蛹孵化出土开始到 10 月, 每隔 5 d 随机取样 40 个, 样方面积的  $1/4 \text{ m}^2$ , 样距 10~15 m, 用方框取样器分种分别统计蝗蛹及成虫的数量, 最后换算成  $1 \text{ m}^2$  的头数。

**1.2 数学模型的建立** 在种群密度动态变化的过程中, 瞬时的增长率  $\frac{dy}{dt}$  可看作孵化率  $B(y, t)$  和死亡率  $D(y, t)$  的纯差额, 在一般情况下, 随着  $y$  及  $t$  的增加,  $B(y, t)$  将逐变小, 而  $D(y, t)$  将逐增加或稳定。对  $\frac{dy}{dt}$  来说, 它可包括控制因素, 如天敌、不良的气候等,  $C(t)$  作为控制函数, 如令

$$\frac{dy}{dt} = B(y, t) - D(y, t) - C(t).$$

若不考虑随机干扰则有

---

本文 1994 年 1 月 17 日收到。

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = B(y, t) - D(y, t), \\ y = y_0, t = t_0, \\ y = y_m, t = t_m. \end{cases}$$

种群的季节性数量消长,是由有效积温,环境条件等形成的种群内禀自然增长率,可随时间和食物条件的变化,对内禀增长率形成反馈,降低了增长能力.因此将平均孵化率定为时变函数 $\frac{1}{t}$ ,同时把满足积温值,开始孵化的时间定为起始时间,这样种群在初始时刻有较大的孵化率,由于各个个体所处的场合不同,加上个体间的差异,获得有效积温值的时间和所需的积温值也各有不同,形成了孵化时间上的差异,种群表现出开始较大的孵化率,以后则逐步减少的特点.假设孵化率 $B(y, t) = \frac{y}{t}$ ,死亡率 $D(y, t) = Cy$ ,则

$$\frac{dy}{dt} = (\frac{1}{t} - C)y.$$

又考虑在变动着的环境条件作用以及生物固有的内在节律的影响下,使内禀增长率有一定的随机性,再引入参变量 $a$ ,则令

$$B(y, t) = \frac{a}{t}y, \quad D(y, t) = Cy.$$

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = (\frac{a}{t} - C)y, \\ y = y_0, \quad t = t_0, \\ y = y_m, \quad t = t_m. \end{cases}$$

其中 $t_m$ 和 $y_m$ 为:当 $t=t_m$ 时, $y$ 达到最大值 $y_m$ ,参数 $a$ 为内禀增长率,可根据具体分布情况,用拟合方法产生.通过算法合理的选取参数 $a$ 和消亡率 $C$ ,可使方程与实际分布有较好的拟合精度.

由以上方程可解得  $y = d \cdot t^a \cdot e^{-cx}$  令

$$x = \ln t - \frac{t}{t_m}, \quad b = \ln d, \quad z = \ln y,$$

则有  $z = b + ax.$

利用最小二乘法可确定参数:

$$a = \frac{\sum x \cdot \ln y - \frac{1}{n}(\sum x)(\sum \ln y)}{\sum x^2 - \frac{1}{n}(\sum x)^2}, \quad b = \frac{\sum \ln y - \sum x}{n},$$

$$c = \frac{1}{t_m}(b + a \ln t_m - Z_m) = \frac{a}{t_m}, \quad d = e^b,$$

$$R_{zx} = \frac{\sum x \ln y - \frac{1}{n}(\sum x)(\sum \ln y)}{\sqrt{[\sum x^2 - \frac{1}{n}(\sum x)^2][\sum (\ln y)^2 - \frac{1}{n}(\sum \ln y)^2]}}.$$

根据蝗虫密度观测值,可确定参数 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ ,并分别得到其发生数量动态模型.全部计算用 Fortran 程序在 M340 计算机上完成.

## 2 结 果

**2.1 宽须蚁蝗密度的拟合模型** 参数:  $a = 1.713527$ ,  $b = -0.175170$ ,  $c = 0.285588$ ,  $d = 0.839315$ .

消长拟合模型(图 1)

$$y = 0.839315t^{1.713527} \cdot e^{-0.285588t}, R_{xx} = 0.852568.$$

**2.2 狭翅雏蝗密度的拟合模型** 参数:  $a = 1.326767$ ,  $b = 0.474256$ ,  $c = 0.120615$ ,  $d = 1.606818$ .

消长拟合模型(图 2)

$$y = 1.606818t^{1.326767} \cdot e^{-0.120615t}, R_{xx} = 0.763050.$$

**2.3 皱膝蝗密度的拟合模型** 参数:  $a = 0.163775$ ,  $b = -1.739119$ ,  $c = 0.007444$ ,  $d = 0.175675$ .

消长拟合模型为:  $y = 0.175675t^{0.163775} \cdot e^{-0.007444t}$ ,  $R_{xx} = 0.142174$ .

**2.4 小翅雏蝗密度的拟合模型** 参数  $a$

$= 0.315937$ ,  $b = -0.881160$ ,  $c = 0.015045$ ,  $d = 0.414307$ . 消长拟合模型:  $y = 0.414307t^{0.315937} \cdot e^{-0.015045t}$ ,  $R_{xx} =$

$0.545212$ .

**2.5 混合种群密度的拟合模型** 参数  $a$

$= 1.305687$ ,  $b = 0.288193$ ,  $c = 0.062176$ ,  $d = 1.334021$ , 消长拟合模型

(图 3):  $y = 1.334021t^{1.306587} \cdot e^{-0.062176t}$ ,  $R_{xx} = 0.854091$ .

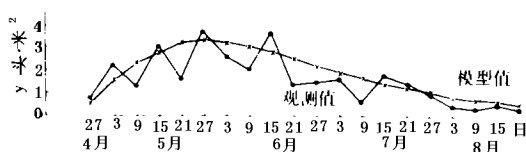


图 1 宽须蚁蝗种群消长的数学模型图

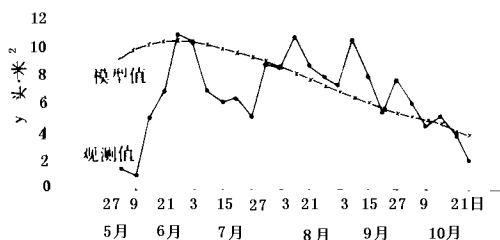


图 2 狭翅雏蝗种群消长的数学模型图

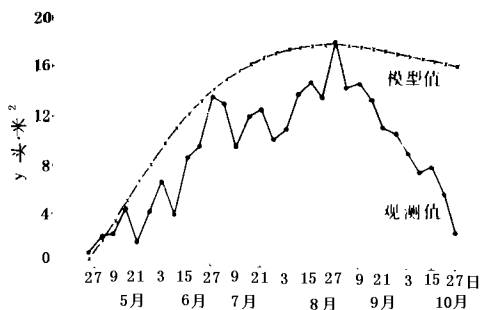


图 3 草地蝗虫混合种群消长的数学模型图

## 3 讨 论

A 由以上得到的拟合模型及相关系数可看出,宽须蚁蝗、狭翅雏蝗和混合种群总密度的拟合模型中, $z$  和  $x$  呈强正相关,所以这几个模型较好地反映了其数量消长情况.

B 图 3 表明,9 月 15 日以前模型能较好地反映蝗虫的消长情况,而 9 月 15 日以后观测

值迅速下降,而模型值并未很快下降,这是因为从9月中旬以后,气温迅速下降,如8月下旬旬均温为12.2℃,9月中、下旬旬均温分别为7.7、6.2℃,10月上旬旬均温仅为3.4℃,因气温下降,蝗虫活动减弱,许多死亡,而模型未考虑蝗虫生存的临界温度,于是产生了观测值与模型值的差异.由于草原蝗虫发生危害期主要在6、7、8三个月,自9月以后牧草逐枯黄,蝗虫数量锐减,防治期已过,在发生数量测报上意义不大,所以混合种群消长模型仍不失其参考利用价值

C 宽须蚁蝗的发生危害期在4~8月,7、8月份气温较高,不会造成以上结果,故其消长模型能很好的反映数量发生动态.小翅雏蝗和皱膝蝗因分布生境不均匀,观测值波动较大,在拟合模型中,相关系数小,用其模型拟合数量消长是不适合的.

### 参 考 文 献

- 1 蒲蛰龙. 农作物害虫管理数学模型与应用. 广州:广东科技出版社,1990.
- 2 丁岩钦. 昆虫种群数学生态学原理与应用. 北京:科学出版社,1980.
- 3 南京农学院. 昆虫生态及预测预报. 北京:农业出版社,1985.
- 4 陈兰莉. 数学模型与研究方法. 北京:科学出版社,1988

## A Study on the Mathematical Models of Population Dynamic on the Prairie Grasshoppers

Feng Guanghan Li Zhenqing

(Department of Grassland Science, Gansu Agricultural University, Lanzhou, 730070)

Du Guozhen

(Department of Biology, Lanzhou University, Lanzhou, 730000)

Wang Guosheng Qi Keli Chen Zhuo

(Grassland Science Station of Xiahe County, Gansu, Xiahe, 747100)

**Abstract** The mathematical models in time sequence of grasshoppers and mixed population dynamics were produced on the basis of the population characteristics, environment effect, and innata capacity of increase. There were strong correlations between  $z$  and  $x$  in the ninic models among *Myrmeleotettex palpalis*, *Chotyippus dubius* and mixed populations, therefore the models properly reflected the populations dynamics. However, while the observed values decreased rapidly since September 15, the values of the model did not show the similar situation, this is because that the grasshoppers surviving critical temperature was excluded.

**Key words** grasslands; grasshoppers; populetion dynamics; mathematical models